



**Prof. dr hab. inż. Radosław J. Mania**  
Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji  
Politechnika Łódzka  
90-924 Łódź, ul. B. Stefanowskiego 1/15, PL  
tel: +48 (0-42) 636-22-21, sec. +48 (0-42) 631-22-14  
e-mail: Radoslaw.Mania@p.lodz.pl



*mgr Kamila Czerniak*

Łódź 02.02.2021 r.

## RECENZJA

### rozprawy doktorskiej mgr inż. Iwony Wstawskiej

pt. „Belki na podłożu sprężystym o zmiennych właściwościach”

**promotor rozprawy: prof. dr hab. inż. Krzysztof Magnucki**

Ocenę opracowano na zlecenie Dziekana Wydziału Inżynierii Mechanicznej Politechniki Poznańskiej dr hab. inż. Olafa Ciszaka, prof. PP - pismo DIM.075.293.2020 z dnia 22 grudnia 2020 r.

### 1. Omówienie pracy

Przedstawiona do mojej oceny rozprawa doktorska zatytułowana "Belki na podłożu sprężystym o zmiennych właściwościach" dotyczy wyboczenia belek o różnej strukturze, spoczywających na podłożu sprężystym, poddanych osiowemu ściskaniu. Celem analizy przeprowadzonej przez Autorkę rozprawy było stworzenie modelu matematycznego belki jednorodnej oraz belki trójwarstwowej spoczywającej na podłożu sprężystym, mającym zmienne właściwości geometryczne. Doktorantka zaproponowała oryginalną funkcję ugięcia konstrukcji belkowej oraz funkcję kształtu dla podłoża, co doprowadziło do uzyskania rozwiązania analitycznego w oparciu o równanie równowagi dla belki jednorodnej, a metodą energetyczną w przypadku belki trójwarstwowej; pozwalającego na wyznaczenie obciążeń krytycznych badanych belek. Wartości tych obciążeń zostały porównane z wynikami obliczeń numerycznych dla modeli takich belek przygotowanych w programie SolidWorks z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

Na stronie 34 Autorka napisała, że 'podjęta w rozprawie tematyka badawcza jest zgodna ze współczesnymi badaniami światowymi i stanowi wkład w ich rozwój'. Jest to niewątpliwie słuszna uwaga i nie pozostaje mi nic innego jak zgodzić się z nią. Jednakże sama Autorka odczuwa także pewien niedosyt pisząc później na stronie 84, że 'zrealizowane w ramach niniejszej rozprawy ... badania przedstawiają ...ogólny zarys i wnoszą praktyczne informacje'.

Praca napisana jest na 164 stronach i podzielona jest na cztery rozdziały numerowane, które poprzedza streszczenie w języku polskim i angielskim oraz wykaz oznaczeń. Po numerowanych rozdziałach zamieszczone jest podsumowanie, komentarz co do dalszych badań, spis rysunków, spis tabel oraz spis literatury.

Po streszczeniach wprowadzających w problematykę rozprawy w rozdziale 1, Doktorantka dokonuje przeglądu literatury odnosząc się do 146 publikacji. Przy czym na wstępie podrozdział 1.1 zawiera prezentację siedmiu modeli analitycznych podłoża sprężystego wykorzystywanych w literaturze do opisu podłoża, z którym styka się element konstrukcyjny, np. belka, wybrana jako podmiot rozważań w omawianej dysertacji. W referencjach literaturowych znajduje się jedna publikacja własna, w której Doktorantka jest pierwszym współautorem. Wnioski z przeglądu literatury, podzielonego na dwa obszary tematyczne, tj. belki jednorodne na podłożu sprężystym oraz belki trójwarstwowe na podłożu sprężystym, były dobrym odniesieniem do sformułowania tezy pracy doktorskiej, celu oraz zakresu działań (Rozdział 2). Choć teza - *‘Wartości sił krytycznych w badanych belkach zależą od właściwości geometrycznych podłoża’*, wydaje się dość oczywista wymagała jednak skutecznego udowodnienia. Lektura dysertacji pozwala na stwierdzenie, że cel ten w postaci wyrażen na obciążenie krytyczne belek o wybranych strukturach oraz badania modeli numerycznych tych belek został osiągnięty.

Rozdział 3 zawiera prezentację rozwiązań analitycznych dla obydwu rodzajów belek. W rozdziale 3.1 dla belki jednorodnej, w oparciu o zaproponowaną funkcję kształtu dla podłoża sprężystego oraz równanie równowagi belki ściskanej osiowo, przegubowo podpartej na obydwu końcach, stosując metodę Galerkina Doktorantka wyprowadza wyrażenie na siłę krytyczną belki. Przyjmując następnie pewne dane liczbowe, na podstawie uzyskanych zależności analitycznych obliczane są wartości sił krytycznych dla belek jednorodnych na podłożu sprężystym dla różnych wariantów tych danych liczbowych charakteryzujących podłoże sprężyste. Z kolei w rozdziale 3.2 analogiczne rozważania prowadzone są dla belki trójwarstwowej na podłożu sprężystym. Zapisane są wyrażenia na energię oraz pracę poszczególnych elementów układu, na podstawie których wyprowadzone zostają równania ruchu. Pomijając człony czasowe Autorka uzyskuje układ równań równowagi, które przy zastosowaniu (ponownie) metody Galerkina prowadzą do wyrażen na siłę krytyczną dla belki trójwarstwowej na podłożu sprężystym. W kontekście powyższego niezrozumiałe jest wprowadzenie energii kinetycznej w analizie stateczności statycznej. Należy także podkreślić, iż w obydwu podrozdziałach czuje się niedosyt opisu zastosowanego podejścia analitycznego, które jest istotą ocenianej dysertacji. W przypadku obydwu rozdziałów (3.1 oraz 3.2) w oparciu o wyprowadzone formuły wykonano liczne obliczenia, których wyniki umieszczono w tabelach oraz na wykresach.

Analiza numeryczna z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych dla obydwu wariantów belek rozważanych analitycznie w rozdziale 3 jest zamieszczona w kolejnym rozdziale, rozdziale 4. Jest on podobnie jak rozdział poprzedni podzielony na dwa podrozdziały odpowiadające strukturze rozważanych belek. W pierwszym z nich, w kilku zdaniach, omówiony jest model numerycznych belek jednorodnych na podłożu sprężystym. Model

- przygotowany w programie CAD SolidWorks z wykorzystaniem pakietu bazującego na MES, zaprezentowany jest na kilku rysunkach. Podobnie wygląda prezentacja modelu w przypadku belki trójwarstwowej na podłożu sprężystym, od której rozpoczyna się kolejny podrozdział - 4.2. Tutaj także dziwi bardzo skromny, zdawkowy opis zastosowanych procedur. W tym przypadku może to wynikać z faktu wyboru do analizy programu SolidWorks. Rozdział 4 - analogicznie do rozdziału 3, zawiera dużą liczbę tabel i rysunków prezentujących uzyskane wyniki z przeprowadzonych obliczeń obciążeń krytycznych. Należy podkreślić dobrą zgodność uzyskanych wyników obydwoma metodami, co potwierdza efektywność opracowanych modeli numerycznych obydwu analizowanych typów belek na podłożu sprężystym.

Po rozdziałach numerowanych w dysertacji znajdują się dwa rozdziały nienumerowane. Pierwszy poświęcony jest posumowaniu pracy i wnioskom, natomiast drugi zawiera deklarację Doktorantki co do dalszych badań naukowych. Pracę kończą spisy tabel (w liczbie 190) oraz rysunków (122 rysunki), po których znajduje się lista literatury cytowanej przez Doktorantkę. W referencjach literaturowych - jak pisałem wcześniej, jest jedna pozycja współautorska mgr inż. Wstawskiej, choć brak jest dwóch wspomnianych w tekście dysertacji publikacji opublikowanych w materiałach konferencyjnych z 2018 i 2019 r.

## **2. Oryginalność pracy**

Przedstawiona do moje oceny praca doktorska zawiera opracowane przez mgr inż. Iwonę Wstawską modele analityczne oraz numeryczne belek na podłożu sprężystym pozwalające na ocenę ich stanu krytycznego. Nowością tych modeli jest zaproponowany przez Doktorantkę opis podłoża sprężystego, na którym spoczywa belka jednorodna i odpowiednio belka trójwarstwowa. W obydwu przypadkach właściwości oraz geometrię podłoża sprężystego opisuje ta sama funkcja kształtu oznaczona w pracy numerem (3). Pozwala ona na ciągły opis interakcji belki z podłożem sprężystym, a także na modyfikowanie parametrów tego podłoża w odróżnieniu od dyskretnego opisu modelu Winklera. Model numeryczny w MES i wykonane obliczenia są interpretowane przez Autorkę jako forma eksperymentu weryfikującego podejście analityczne. Należy jednak stwierdzić, że ten ostatni element pracy jest dość lakonicznie przedstawiony w dysertacji. Niemniej, całość rozprawy konsekwentnie realizuje postawiony cel pracy i jej zadania wskazane w rozdziale 2 rozprawy, poparte analizą porównawczą obydwu rozwiązań. Uzyskane wyniki są wkładem Autorki w rozwój analizy stateczności cienkościennych konstrukcji belkowych.

Zastosowana metoda analizy porównawczej z odniesieniami do prac innych autorów pozwoliła na weryfikację własnego podejścia teoretycznego, choć w mniejszym stopniu wpłynęła na stworzony model MES. Praca ma charakter teoretyczno-badawczy, ale zaprezentowane przez mgr inż. Iwonę Wstawską wyniki mają znaczenie w zakresie zarówno naukowym jak i praktycznym.

### 3. Uwagi krytyczne i spostrzeżenia

Obok pozytywnej oceny strony merytorycznej pracy przedstawionej powyżej, jej lektura rodzi także pewne uwagi krytyczne. Układ tematyczny pracy wynika z zamysłu Autorki co do porządku prezentowania kolejnych jej obszarów. Język w początkowym fragmencie obejmującym przegląd literatury jest niespójny i niejednorodny, co może wynikać z odniesień do literatury angielskojęzycznej i związanych z tym tłumaczeń.

Muszę także zwrócić uwagę na pewne zapisy i niejasności w pracy, o których wyjaśnienie w ramach otwartej dyskusji proszę jej Autorkę. Dla przykładu zwrócę uwagę na:

- drobne literówki w tekście pracy mogące wynikać 'z pomocy' edytora tekstu czy przeoczenia;
- str. 8 - '*...intensywność naprężenia  $T$  w membranie...*' - jest to zapewne przeniesienie angielskiego oznaczenia  $T$  jako '*tension*', które w literaturze polskojęzycznej nazywamy napięciem lub wektorem naprężenia (jak w: Fung, Podstawy Mechaniki Ciała Stałego, PWN, 1969). Naprężenie zazwyczaj oznaczane jest małą literą grecką  $\sigma$  lub  $\tau$ .
- str. 11 - '*...FE (functionally graded)*' - zatem skrót FG, jak ma to miejsce w dalszych referencjach począwszy od strony 13.
- str. 12 - '*Wraz ze zwiększeniem się sztywności podłoża nieliniowego zwiększało się wyboczenie badanego elementu*' - zapewne Autorka ma na myśli siłę krytyczną.
- str. 15 - w referencji do pozycji [33] Autorka pisze: '*...dla zmaksymalizowania nieliniowej częstotliwości belki...*' - proszę o komentarz.
- str. 19 - '*Uwagę poświęcono zginaniu belki poddanej naprężeniom ścinającym*' - jest to w odniesieniu do pozycji [53], w której autorzy uwzględniają efekt ścinania w tworzeniu modelu belkowego elementu skończonego uwzględniającego interakcję z podłożem.
- str. 22 i 23 - Autorka, chcąc podkreślić wagę monografii Plantemy oraz publikacji Allena dwukrotnie zacytowała je w spisie literatury - [63] i [64], a następnie [79] oraz [80].
- str. 24 - '*Środek stanowi element łączący obie półki, a także przeciwdziała występowaniu naprężeń ścinających*' - czy je po prostu przejmuje (lub głównie przejmuje).
- str. 26 - ze stwierdzeniem, że '*rdzenie faliste stanowią najbardziej nowatorską konstrukcję*' można polemizować, choćby w odwołaniu to tektury falistej, znanej skądinąd od lat. Są one także obecne choćby we wspomnianej publikacji Plantemy z 1966 r.
- str. 33 - '*...ich położenie względem utwierdzenia belki*' - zapewne chodzi bardziej ogólnie o podparcie belki, gdyż w swojej pracy Doktorantka przyjmuje przegubowe podparcie końców belki, a nie ich utwierdzenie.
- str. 39 - w danych przyjętych do przykładowych obliczeń mowa jest o liczbie półfal  $m = 8$ , podczas gdy w tabelach prezentowane są kolumny z  $m = 7$ ,  $m = 6$  itp.. Nie jest to skomentowane w pracy. Podobnie jak komentarza wymaga różna wartość liczby  $n$ , która w prezentowanych wynikach przyjmuje różne wartości. Nie jest też jasne, dlaczego Autorka przyjęła do obliczeń właśnie te konkretne wartości liczbowe.

- str. 41, Rys. 5 - legenda z prawej strony rysunku jest przedstawiona w kolejności (rosnącej) odwrotnej do kolejności opisywanych linii w polu rysunku. Skutkuje to pewną dezorientacją przy wnioskowaniu. Podobny komentarz dotyczy analogicznych wykresów w dalszej części pracy.
- str. 41 - jest '*W tabelach 1018*' winno być '*W tabelach 10-18*'.
- Tabele pokazują wyniki dla  $c_1/c_0$  w przedziale 0,1-0,8. Czemu tylko dla tego przedziału, a nie rozszerzonego np. choćby do 0,05-0,95?
- str. 44 - '*...belki jednorodnej o symetrycznych właściwościach podłoża sprężystego*'. Z analizy Rysunku 5 i 9 można wnioskować, że mowa jest o symetrii względem płaszczyzny przechodzącej przez środek długości belki, ale sądzę, że Autorka winna to jasno sformułować.
- Str. 53, równanie (25) - czy istotnie energia sprężysta obydwu okładzin w belce trójwarstwowej jest równa energii jednej z nich jak sugeruje to równanie i dalej równanie (26)?
- str. 69 - '*Wraz ze zmniejszeniem grubości rdzenia, a tym samym zwiększaniu grubości okładzin...*' - czy nie jest to zbyt daleko idące ograniczenie wariantów analizy? Nietrudno wyobrazić sobie modyfikację grubości rdzenia przy zachowanej grubości okładzin. Nie znalazłem w pracy ograniczenia, że całkowita grubość belki jest stała. Ponownie cytowane zdanie znajduje wydźwięk na str. 84 we wniosku dotyczącym przeprowadzonej analizy obciążenia belek sandwichowych, po czym Autorka wymienia wartości liczbowe dla 4 grubości rdzenia. Rodzi to obawę, o niespójność wobec wcześniejszego przyjęcia w rozwiązaniu analitycznym parametrów bezwymiarowych.
- str. 85 - wprowadzenie do modelu MES jest na bardzo dużym poziomie ogólności, a rysunki to obrazujące są mało czytelne i wymagają od czytelnika znajomości symboliki programu SolidWorks. Jeśli już Doktorantka zdecydowała się na bardzo enigmatyczny opis modelu MES, to winna go wesprzeć choćby zapisem warunków brzegowych w formie analitycznej.
- str. 87, rys. 62 - czemu dla bryły prostopadłościowej zdecydowano się na elementy bryłowe o kształcie czworoscianu (tetrahedron)?
- str. 99, rys. 80 - pytanie analogiczne do powyższego. Dodatkowo widać tylko jedną warstwę elementów na grubości okładziny. Jak zatem realizowane/analizowane jest zginanie w tym elemencie belki?
- str. 129 - '*Kształt podłoża został uzależniony od kształtu wykresu funkcji, która go opisuje*' - czy zdanie powyższe oznacza, że analizowana belka (jednorodna czy trójwarstwowa) spoczywała na pofalowanym (ugiętym) podłożu? Wobec zadanego osiowego ściskania podlegała a priori zginaniu, a nie wyboczeniu.
- W pracy zamieszczono 190 tabel z wynikami liczbowymi obliczeń sił krytycznych. Tabele te w większości stanowiły podstawę do wykresów zbiorczych, które w bardziej spektakularny sposób oddawały tendencje zachowania belek w zależności od

modyfikowanych parametrów podłoża. Czy nie należało zamieścić tych tabel w aneksie do pracy?

- Skoro analizowano belkę jednorodną oraz belkę trójwarstwową, sandwiczową rodzi się pytanie czemu w przypadku tej pierwszej nie przyjęto modelu Timoshenki w miejsce modelu Eulera-Bernoulliego?

Pragnę zauważyć, że powyższe uwagi dyskusyjne nie umniejszają wartości osiągniętych w pracy doktorskiej rezultatów. Ich celem jest zwrócenie uwagi na istotne elementy publikacyjne, szczególnie wobec bardzo 'oszczędnego' zaprezentowania części teoretycznej pracy. Zakładam ponadto, że Doktorantka kontynuując podjętą tematykę badawczą przygotuje kolejne publikacje. Stąd mam nadzieję, że moje pytania i uwagi mogą być w tym użyteczne oraz pozwolą na szerszą i głębszą analizę rozważanego zagadnienia, czy też będą impulsem do nowych poszukiwań i rozważań.

#### 4. Wniosek końcowy

Recenzowana praca zawiera interesujące modele analityczne belek na podłożu sprężystym (jednorodnej i trójwarstwowej) z ciągłym opisem funkcyjnym podłoża oraz wyniki badań numerycznych. Stanowi oryginalne osiągnięcie naukowe Autorki. Zastosowane narzędzia - analityczne oraz numeryczne, pozwoliły na zbadanie wpływu podłoża oraz parametrów belki na jej stateczność. Doktorantka samodzielnie rozwiązała problem naukowy lokujący się w aktualnej tematyce prac badawczych z obszaru stateczności konstrukcji cienkościennych, osiągając postawiony cel rozprawy doktorskiej.

Biorąc zatem pod uwagę całość pracy stwierdzam, że przedstawiona rozprawa doktorska spełnia wymogi Ustawy o Stopniach Naukowych i Tytule Naukowym z dn.14.03.2003 roku (Dz. U. Nr 65, poz. 595 z późniejszymi zm.) stawiane rozprawom doktorskim w dyscyplinie MECHANIKA (obecnie inżynieria mechaniczna). **Na tej podstawie stawiam wniosek o przyjęcie i dopuszczenie pracy mgr inż. Iwony Wstawskiej do publicznej obrony.**

